

| | | |
|-----|---|-----------------------|
| S7 | $\sim P, R \vee \sim P \leftrightarrow P \vee Q \vdash Q$ | |
| 1 | (1) $\sim P$ | A |
| 2 | (2) $R \vee \sim P \leftrightarrow P \vee Q$ | A |
| 1 | (3) $R \vee \sim P$ | 1 \vee I |
| 2 | (4) $R \vee \sim P \rightarrow P \vee Q$ | 2 \leftrightarrow E |
| 1,2 | (5) $P \vee Q$ | 3,4 \rightarrow E |
| 1,2 | (6) Q | 1,5 \vee E |

| | | |
|-------|--|---------------------|
| S9 | $\sim P \rightarrow Q \ \& \ R, \sim P \vee S \rightarrow \sim T, U \ \& \ \sim P \vdash (U \ \& \ R) \ \& \ \sim T$ | |
| 1 | (1) $\sim P \rightarrow Q \ \& \ R$ | A |
| 2 | (2) $\sim P \vee S \rightarrow \sim T$ | A |
| 3 | (3) $U \ \& \ \sim P$ | A |
| 3 | (4) $\sim P$ | 3 $\ \&$ E |
| 1,3 | (5) $Q \ \& \ R$ | 1,4 \rightarrow E |
| 1,3 | (6) R | 5 $\ \&$ E |
| 3 | (7) U | 3 $\ \&$ E |
| 1,3 | (8) $U \ \& \ R$ | 6,7 $\ \&$ I |
| 3 | (9) $\sim P \vee S$ | 4 \vee I |
| 2,3 | (10) $\sim T$ | 2,9 \rightarrow E |
| 1,2,3 | (11) $(U \ \& \ R) \ \& \ \sim T$ | 8,10 $\ \&$ I |

Exercise 1.5.1

S11 $P \not\vdash \sim\sim P$

| | | |
|-----|-----------------------|-------------|
| (a) | $P \vdash \sim\sim P$ | |
| 1 | (1) P | A |
| 2 | (2) $\sim P$ | A |
| 1 | (3) $\sim\sim P$ | 1,2 RAA (2) |

| | | |
|-----|-----------------------|-------------|
| (b) | $\sim\sim P \vdash P$ | |
| 1 | (1) $\sim\sim P$ | A |
| 2 | (2) $\sim P$ | A |
| 1 | (3) P | 1,2 RAA (2) |